基于最小二乘法的油田供水管网运行状态估计

任永良[1] 常玉连[1] 高 胜[1] 袁国英[2] 王 妍[1]
(1. 大庆石油学院 2. 大庆油田有限责任公司第四采油厂)

摘要 在对油田供水管网进行运行管理时，常常需要了解管网各个节点的水量和压力。最小二乘法作为一种状态估计方法，可以根据部分压力监测点，求解出整个系统各点处的压力和流量，为油田的实时信息监测提供可靠的帮助。论述了该方法应用于油田供水管网状态估计的求解步骤和方法，并给出了计算实例。该方法对于求解油田管网方程具有一定的参考价值。

关键词 最小二乘法 供水 管网 状态估计

引 言

在对油田供水系统进行实时信息监测过程中，需要知道各个管道节点或者用水节点的流量、压力信息。如果信息不全，就不可能全面地反映系统管网整体状况。但是，由检测点的设置情况可知，实时信息监测系统由于受投资和技术方面种种因素的制约，所检测的只是一些主要节点的流量和压力。为此，需要利用状态估计技术将实时检测系统所获得的检测信息（站的供水流量、各主要节点的压力等）转化成系统优化调度所需要的系统负荷信息（各用水节点的流量）。

油田供水管网系统的状态估计就是以由实时检测所得的部分状态变量的值为基础，根据管网系统的结构和参数，估计出系统中所有状态变量的值。由参考文献［1］［2］可知，描述供水管网系统的节点方程为：

$$u_i - Q_i - \sum_{i \in I_i} s_{ij}\mathrm{sgn}(p_i - p_j)\,|\,p_i - p_j\,|^{1/a} = 0 \quad (1)$$

式中 u_i——该节点是水源所在节点时的供水量，m^3/s；

p_i——节点 i 的压力，m；

Q_i——第 i 节点的用水量，m^3/s；

I_i——与节点 i 相邻的节点标号集合；

s_{ij}——管道摩阻系数，无量纲；

a—— 无量纲系数，对于油田供水来说，一般为2。

由式（1）可以看出，它是非线性的，非线性系统的状态估计问题是比较复杂的。目前已有一些解决该类状态估计问题的方法，比如，广义卡尔曼滤波状态估计、快速分解状态估计、逐次型状态估计等。广义卡尔曼滤波状态估计计算精度很好，对于管网状态估计也非常有效，但其解算步骤非常繁琐，另外在供水管网估计中，也不需要过高的精度。其他两种估计方法要么随机向量参数确定困难，要么求解麻烦，均不太适合油田管网的求解。综合比较，最小二乘法从其参数选择、计算原理和步骤以及计算精度来说，完全适用于解决油田管网系统的状态估计问题。

最小二乘（Least Square）状态估计方法

对任何一种非线性系统，其中已检测到的变量和未知（状态）变量之间的关系可以用下面的方程描述[1]

$$z = g(x) + w \quad (2)$$

式中，z 为检测向量（$m \times 1$ 维）（已知）；$g(x)$ 为非线性函数向量；x 为状态变量组成的向量（$N \times 1$ 维）（待求）；w 是检测误差向量，假设它是独立、零均值高斯随机向量（白噪声）。对于状态估计问题，一般有检测向量的维数大于状态变量数，即 $m > N$。一般情况下，检测方程（2）是无解的。引入状态变量的估计量 $\hat{x}$，它应使下面所定义的目标函数值达到最小：

$$J(\hat{x}) = (z - g(\hat{x}))^T \Lambda (z - g(\hat{x})) \quad (3)$$

式中的 Λ 称为加权阵，它一般是正定的对角

矩阵，该矩阵主对角线上元素是由加权因子组成：

$$\Lambda = \begin{Bmatrix} \Lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 & 0 & 0 \\ & & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda_m \end{Bmatrix} \tag{4}$$

其中，$\Lambda_k>0$ 为加权因子。引进加权因子的目的是为了便于考虑观测数据的可信度。如果有理由认为现在时刻的数据比过去时刻的数据可靠，则现时刻的加权值就要大于过去时刻的加权值。它的选择多少取决于人的主观因素，并没有一定的规律可供遵循。在实际应用中，如果对象是线性时不变的过程，或者数据的可信度还难以肯定的话，则可以简单地选择 $\Lambda_k=1$，此时加权阵变为 $\Lambda=I$，则式（3）退化为

$$J(\vec{x}) = (z-g(\vec{x}))^T(z-g(\vec{x})) \tag{5}$$

此时通过 $j(\vec{x})=\min$ 求得的 $\vec{x}$ 简称最小二乘估计值，它是加权最小二乘法的一种特例。

文献［3］指出在一定条件下还可以根据误差的方差对 Λ_k 进行最佳选择，从而得到其最佳估计值（Markov 估计）。不过，为了简便，还是选取 $\Lambda=I$ 的最小二乘法。对于非线性最小二乘估计的求解，一般采用搜索法和迭代法。在这里，选用牛顿－拉夫森迭代法。

油田供水管网的快速最小二乘状态估计

一般来说，根据油田供水管网系统的特点，节点用水量（或出水量）都有现成的流量计可以测量出来，所不知道的就是部分节点处的节点压力值。因此在进行状态估计时，把已知的节点流量作为检测量，把未知的节点压力作为状态变量。当检测量的数量足够多且分布合理，利用最小二乘状态估计方法，就可以对这些未知的状态变量用下述方法进行估计。

由节点方程式（1）可知，如果定义水源点水量为正，则用水节点值为负，一般来说，一个节点不能既是水源点，又是用水节点。因此，可以考虑取消其中的 u_i，仅仅用水量的正负符号来表示是水源点还是用水节点。这样对任一检测节点的流量，由式（1）可得

$$Q_i = \sum_{j\in I_i} s_{ij}\mathrm{sgn}(p_i-p_j)\,|\,p_i-p_j\,|^{1/a} = g_i(p)+w_i \tag{6}$$

式中，g 为非线性函数向量；w 为检测误差向量。

状态估计的目标函数为

$$J(\vec{p}) = (Q-g(\vec{p}))^T\Lambda(Q-g(\vec{p})) \tag{7}$$

式中，$\vec{p}$ 为由待估计的节点压力组成的向量（$N\times1$ 维）；Q 为已经检测节点流量组成的向量（$m\times1$ 维）。根据 Jacobian 矩阵的定义可得该矩阵中的非零元素为：

若 Q_i 已知，P_i 待估计，则

$$H_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial \vec{p}_i} = \frac{1}{a}\sum_{j\in\mu_i} s_{ij}\,|\,\vec{p}_i-\vec{p}_j\,|^{1/a-1} \tag{8}$$

式中，μ_i 为与节点 i 相邻且其节点压力未知的节点标号组成的集合。

若 Q_i 已知，节点 j 与节点 i 相邻，且 p_j 待估计，则

$$H_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial \vec{p}_j} = -\frac{1}{a}\sum_{j\in\mu_i} s_{ij}\,|\,\vec{p}_i-\vec{p}_j\,|^{1/a-1} \tag{9}$$

增益矩阵为

$$G = H^T\Lambda H \tag{10}$$

将 Jacobian 矩阵和增益矩阵代入牛顿迭代公式，得

$$G\Delta\vec{p}^{k+1} = H^T(\vec{p}^k)\Lambda^{-1}(Q-g(\vec{p}_k)) = H^T(\vec{p}^k)I(Q-g(\vec{p}_k)) = H^T(\vec{p}^k)(Q-g(\vec{p}_k)) \tag{11}$$

式中

$$\Delta\vec{p}^{k+1} = \vec{p}^{k+1}-\vec{p}^k \tag{12}$$

利用表达式（6）及（8）～（12），从一组预估的节点压力值 $\vec{p}^0$ 出发，依次计算 Jacobian 矩阵、增益矩阵，再利用式（11）和（12）计算出所有的节点压力值，通过迭代计算，可以计算出系统所有状态参数。但是，在每一次迭代计算 $\Delta\vec{p}^{k+1}$ 的过程中，都必须计算增益矩阵 G 的逆。由于矩阵求逆计算的时间随复杂性成指数型递增，随着管网系统的规模不断扩大，状态估计计算中增益矩阵的维数也逐渐增加，其求逆计算的时间将迅速增加，从而会使在线实时计算无法及时完成。因此，笔者考虑运用恒增益矩阵对管网进行估计。即：在迭代计算过程中，增益矩阵 G 的值保持不变，实际上就是步长不变，通过这样的改进，虽然迭代次数有可能增加，可靠性有所降低，但由于不需要求增益矩阵 G 的逆，总的计算时间便大大下降，且根据文献［1］所述，计算结果对于工程计算来说，还是可以接受的。其计算步骤如下述算法所示。

① 预估一组初始的节点压力 $\vec{p}^0$，设定计算精度要求 ε，令迭代次数计数器 $k=0$；

② 利用式（8）和（9）计算 Jacobian 矩阵，利用式（10）计算增益矩阵；

③ 由式（6）和（11）计算 Δp_i^{k+1} 的值，利用式（12）计算 p_i^{k+1} 的值；

④ 对所有 i，判定 $|\Delta p_i^{k+1}| < \varepsilon$ 是否成立。如成立，转步骤⑥。否则，转步骤⑤继续计算；

⑤ 令 $k=k+1$，利用式（8）和（9）计算 Jacobian 矩阵，转步骤③继续计算；

⑥ 根据管网系统的节点方程模型计算所有节点的流量值；

⑦ 输出计算结果，计算过程结束。

计　算　实　例

某油田供水管网简化图如图 1 所示，该管网共有节点数 11 个，管子数 12 个，参数如表 1、表 2 所示。由于油田供水管网是个密闭系统，每个用水节点都有流量计，因此流量均已知；没有用水量的节点，在实际中并没有太大参考价值，所连接两段管子可以合并为一段，这样该节点就被取消。因此，只需要估计图中有流量节点压力值就可以了。图 1 所示管网各点压力值已经经过平差计算，其计算结果经实测也被证明为可信赖的，因此，可以作为状态估计计算的参考值。在表 2 中，负号表示该节点是用水节点，正号表示该节点是水源点，* 号表示该点是待估计点；用黑体表示的是检测参考值；在参考值中的压力值除了水源压力是通过实测获得外，其它压力值都是通过管网平差计算求得。该实例的目的就是为了检测管网状态估计方法的正确性。

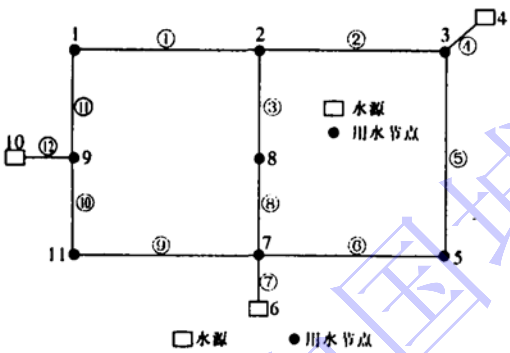

图 1　某油田供水管网简图

表 1　管子参数

管元号	管长/m	管径/m
1	950	0.219
2	890	0.219
3	500	0.426
4	150	0.426
5	1 600	0.219
6	750	0.219
7	200	0.426
8	900	0.426
9	1 250	0.219
10	720	0.219
11	680	0.219
12	200	0.300

表 2　节点参数

节点号	参考值		估计值	
	水量/($m^3 \cdot s^{-1}$)	压力/m	流量/($m^3 \cdot s^{-1}$)	压力/m
1	**-0.061 1**	51.11	-0.061 1	51.11
2	**-0.082 5**	58.84	-0.082 5	58.88 *
3	**-0.070 0**	64.17	-0.070 0	66.79 *
4	**0.252 0**	**65.71**	0.252 0	65.71
5	**-0.070 1**	60.66	-0.070 1	60.66
6	**0.200 0**	**61.75**	0.200 0	61.75
7	**-0.064 2**	60.46	-0.064 2	58.96 *
8	**-0.089 1**	58.86	-0.089 1	58.86
9	**-0.070 0**	53.16	-0.070 0	54.02 *
10	**0.120 0**	**56.19**	0.120 0	56.19
11	**-0.065 0**	50.22	-0.065 0	50.22

实例以各个节点的流量和 3 个水源节点的压力作为检测参考值，以节点 2、3、7、9 的压力值作为待估计值，其它各点作为已知压力点。采用恒增益矩阵快速状态估计，估计结果如表 2 所示。从计算结果可以看出，估计结果和参考压力值之间相对误差最大的节点 3 也不超过 5%，这在工程计算上可以说是比较精确了。说明应用快速最小二乘管网状态估计对油田供水管网进行状态估计是切实可行的。更进一步，可以在未知节点流量和压力的情况下，对某些节点的流量和压力进行状态估计。

状态可估计的条件

在进行上述管网状态估计的时候，都是假定管网系统中实时检测量足够多，且分布合理。那么，对一个供水管网系统，究竟需要多少个检测点才可能进行状态估计呢？从上述推导可以得出管网状态可估计的两个必要条件：

（1）流量检测点的数量必须大于或至少等于待估计节点压力的节点数；

（下转第 208 页）

（上接第 165 页）

（2）任何待估计的节点都必须与一个且至少与一个流量检测点直接相邻。

上述两个条件只是完成管网状态估计的最基本条件，实际上为了检验估计结果的正确性，检测点数量必须稍微多一些，其分布也要合理，这样，估计出来的结果才正确。

参 考 文 献

1 仲伟俊．城市供水系统的计算机调度与设计．南京：东南大学出版社，1995：55～61
2 周雪漪．计算水力学．北京：清华大学出版社，1995
3 方崇智，萧德云．过程辨识．北京：清华大学出版社，1988：133～183

作者简介：任永良，讲师，生于 1975 年，1997 年毕业于大庆石油学院化工机械专业，2003 年毕业于该院机械设计与理论专业，获工学硕士学位，现从事机－电教学和系统仿真优化研究工作。地址：（163318）黑龙江省大庆市。电话：（0459）6503503。

收稿日期：2005－04－30
（本文编辑　谢守平）