

# 黎曼近似解模型在太湖藻类浓度场求解中的应用

洪晓瑜, 逢 勇

(河海大学环境科学与工程学院, 江苏 南京 210098)

**摘要:**利用太湖常规监测点的监测资料,在黎曼近似解模型的基础上建立了太湖二维藻类生长模型.该模型采用有限体积法及黎曼近似解对二维水流水质方程组逐时段、逐单元进行求解,将每个时段各个单元  $\rho(\text{TN})$  及  $\rho(\text{TP})$  的模拟值传递到藻类的生长项,从而模拟出藻类的生长过程.率定验证结果表明,该模型能较好地模拟藻类的生长过程,并能对太湖水体富营养化进行预测.

**关键词:**太湖;黎曼近似解模型;藻类生长;浓度场

**中图分类号:**X143

**文献标识码:**A

**文章编号:**1000-1980(2005)01-0041-04

随着沿湖地区工农业的迅猛发展,水体富营养化以及由此引发的相关问题成为太湖目前面临的主要环境问题.水体富营养化的重要指标是叶绿素 a 的浓度,而叶绿素 a 的产生与 TN 和 TP 的浓度有密切关系.因此,本文应用二维藻类生长模型对太湖水质指标 TN 和 TP 以及富营养化指标藻类叶绿素 a 进行模拟,并对该模型进行率定验证,以期对水体富营养化进行预测.

## 1 控制微分方程及其积分离散

### 1.1 控制方程

二维浅水方程和对流-扩散方程的守恒形式为

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial f(q)}{\partial x} + \frac{\partial g(q)}{\partial y} = b(q) \quad (1)$$

$$q = (h, hu, hv, h\rho)^T \quad f(q) = (hu, hu^2 + gh^2/2, huv, hu\rho)^T \quad g(q) = (hv, huv, hv^2 + gh^2/2, hv\rho)^T \\ b(q) = (0, gh(S_{0x} - S_{fx}), gh(S_{0y} - S_{fy}), \nabla \cdot (D_i \nabla(h\rho)) + S/A - Kh\rho)^T$$

式中:  $q$ ——守恒物理量;  $f(q)$ —— $x$  向通量;  $g(q)$ —— $y$  向通量;  $b(q)$ ——源汇项;  $h$ ——水深;  $u, v$ —— $x$  向和  $y$  向垂线平均水平流速分量;  $\rho$ ——污染物质量浓度.

### 1.2 方程离散

定义矩阵  $F(q) = [f(q) \quad g(q)]^T$ , 在任意形状的单元  $\Omega$  上对式(1)进行积分. 利用散度定理, 可得有限体积法的基本公式<sup>[1]</sup>

$$\iint_{\Omega} q_i d\epsilon = - \int_{\partial\Omega} F(q) \cdot n dl + \iint_{\Omega} b(q) d\epsilon \quad (2)$$

式中:  $n$ ——单元边界  $\partial\Omega$  的单位外法向量;  $d\omega, dl$ ——面元积分和线元积分;  $F(q) \cdot n$ ——法向数值通量.

离散方程(2)并利用  $f(q)$  和  $g(q)$  的旋转不变性<sup>[1]</sup>, 得有限体积法的基本方程为

$$A \frac{dq}{dt} = - \sum_{j=1}^m T(\phi)^{-1} f(\bar{q}) L^j + Ab(q) \quad (3)$$

式中:  $f(\bar{q})$ —— $f(q)$  的增广矩阵;  $L^j$ ——单元第  $j$  边的长度;  $A$ ——单元  $\Omega$  的面积;  $m$ ——单元的边数.

在单元各边两侧  $q$  (或  $\bar{q}$ ) 值可能不同, 当单元界面上  $q$  (或  $\bar{q}$ ) 值不连续时, 可通过解局部一维黎曼问题求得  $f(\bar{q})$ <sup>[2]</sup>.

### 1.3 藻类叶绿素 a 的求解

根据质量守恒原理, 求解叶绿素 a 的基本方程为<sup>[3,4]</sup>

$$\frac{\partial(h\rho(chl-a))}{\partial t} + \frac{\partial(hu\rho(chl-a))}{\partial x} + \frac{\partial(hv\rho(chl-a))}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D_x h \frac{\partial \rho(chl-a)}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_y h \frac{\partial \rho(chl-a)}{\partial y}\right) + S_{\rho(chl-a)} h \rho(chl-a) \quad (4)$$

$$S_{\rho(chl-a)} = G_{p1}(t) - D_{p1}(t) - \frac{V_s}{D} \quad G_{p1}(t) = u_{max} f(\theta(t)) f(L(t)) f(\rho(TN(t))) f(\rho(TP(t)))$$

$$f(\theta(t)) = \exp\left(-\frac{2.3}{15} |\theta(t) - \theta_{opt}|\right) \quad f(L(t)) = \frac{L(t)}{L(t) + K_L} \quad f(\rho(TN(t))) = \frac{\rho(TN(t))}{\rho(TN(t)) + K_N}$$

$$f(\rho(TP(t))) = \frac{\rho(TP(t))}{\rho(TP(t)) + K_P} \quad D_{p1}(t) = K_{1R} \theta_{1R}^{\theta-20^\circ C} + K_{1D}$$

式中： $\rho(chl-a)$ ——叶绿素 a 的垂线平均质量浓度； $u, v$ —— $x, y$  方向垂线平均水平流速分量； $D_x, D_y$ —— $x, y$  方向各污染物的扩散系数； $S_{\rho(chl-a)}$ ——叶绿素 a 的转化率； $G_{p1}$ ——藻类增长率； $D_{p1}$ ——藻类死亡率； $V_s$ ——藻类的沉降率； $D$ ——水深； $u_{max}$ ——藻类最大增长率； $f(\theta), f(L), f(TN), f(TP)$ ——温度、光照、氮、磷对藻类生长的影响程度； $\theta$ ——温度； $\theta_{opt}$ ——藻类生长的最佳温度； $L$ ——水面上的光照强度； $K_{1R}$ ——藻类的呼吸率； $\theta_{1R}$ ——系数； $K_{1D}$ ——藻类死亡率； $K_L$ ——光的半饱和常数； $\rho(TN), \rho(TP)$ ——总氮、总磷的质量浓度； $K_N, K_P$ ——氮、磷的半饱和常数。

#### 1.4 定解条件

a. 边界条件。(a)流量及水位边界条件： $Q = Q_0; Z = Z_0$ 。(b)浓度场边界条件：进水边界  $\rho = \rho_0$ ；出水边界  $\frac{\partial \rho}{\partial n} = 0$ 。

b. 初始条件。水位变幅为 0 m，初始流速为 0 m/s，初始质量浓度为前一个月的平均质量浓度。

## 2 模型的率定和验证

### 2.1 水流模型率定

模型计算离散的网格间距为 1 km × 1 km，计算域内共有 2373 个计算单元和 2467 个计算节点。水流模型边界条件由 2002 年 5 月出入太湖的实测流量资料确定，初始流速为 0 m/s，初始水位变幅为 0 m，风场取太湖地区典型风场偏南风 3.5 m/s，计算时间步长取为 3 s。比较结果表明，模拟计算所得太湖流场(图 1)在态势及流量量级上与实测结果(图 2)基本一致。模型基本参数率定成果为：糙率  $n = 0.02$ ；风应力系数  $\gamma_a^2 = 0.002$ 。

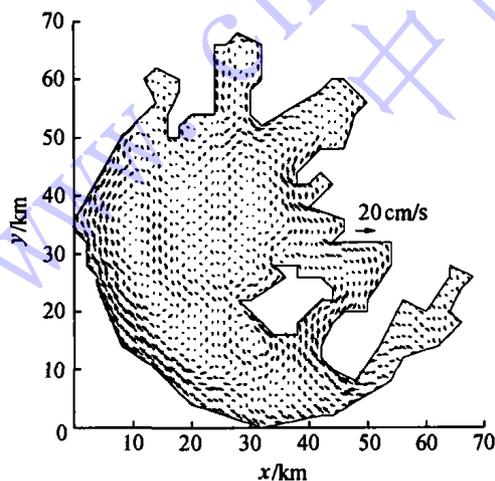


图 1 3.5 m/s 东南风持续作用下太湖的稳定流场  
Fig.1 Stable wind-driven current field in Taihu Lake under action of southeast wind of 3.5 m/s

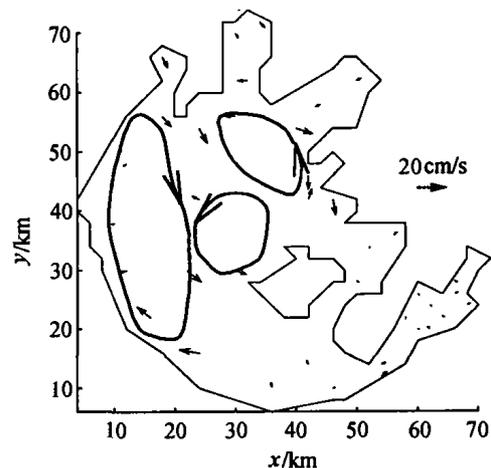


图 2 太湖实测流场  
Fig.2 Observed current field in Taihu Lake

### 2.2 水质模型率定

a. 水质边界条件确定。入流边界质量浓度由 2002 年 5 月排入太湖的主要污染源排放量确定。

b. 初始质量浓度条件确定。由于太湖不同区域质量浓度相差较大，将太湖划分为 13 个初始质量浓度不同的区域，各个区域的质量浓度由 2002 年 4 月太湖各采样点质量浓度资料确定。

模型率定结果见表 1,所选用的参数见表 2.从表 1 可以看出,计算值与实测值比较吻合,除了叶绿素 a 的计算结果中有 1 个测点的相对误差超过 50%外,其余相对误差值均较小,大部分相对误差在 30%以内.

表 1 2002 年 5 月各测点  $\rho(\text{TN})$ ,  $\rho(\text{TP})$ ,  $\rho(\text{chl-a})$  实测值、计算值及相对误差

Table 1 Calculated and observed concentrations and their relative errors of TN, TP and chl-a at each monitoring point for May 2002

测点号	采样点	$\rho(\text{TN})$			$\rho(\text{TP})$			$\rho(\text{chl-a})$		
		实测值/ ( $\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$ )	计算值/ ( $\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$ )	相对误差/ %	实测值/ ( $\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$ )	计算值/ ( $\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$ )	相对误差/ %	实测值/ ( $\text{mg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	计算值/ ( $\text{mg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	相对误差/ %
1	B20 # 小湾里	5.03	5.55	10.4	0.167	0.147	-12.0	82.60	88.85	7.6
2	J12 # 竺山湖	5.37	4.84	-9.9	0.385	0.284	-26.2	80.30	88.24	9.9
3	J18 # 沙墩港	2.20	2.51	14.0	0.048	0.054	12.5	9.10	10.79	18.6
4	J36 # 东太湖	0.62	0.67	7.6	0.025	0.027	8.0	7.20	6.89	-4.4
5	J19 # 平台山	2.38	1.95	-18.2	0.044	0.030	-31.8	4.18	7.15	71.1
6	J17 # 乌龟山	2.56	2.34	-8.6	0.058	0.041	-29.3	10.70	5.97	-44.2
7	J31 # 漫山	2.78	1.75	-37.0	0.044	0.025	-43.2	4.64	3.99	-13.9
8	J21 # 夹浦	2.19	1.89	-13.6	0.031	0.034	9.7	8.96	7.22	-19.4
9	J13 # 大浦	2.91	3.18	9.3	0.068	0.078	14.7	43.20	39.29	-9.1
10	J25 # 吴茭	2.07	1.14	-44.9	0.087	0.044	-49.4	14.60	7.88	-46.0
11	J23 # 小梅口	2.40	2.58	7.4	0.085	0.058	-31.8	2.63	3.66	39.1

### 2.3 模型验证

为了考察该模型对太湖水质状况描述的可靠性,应用 2002 年 10 月太湖实测水文、水质资料对该模型进行了验证.其中:参数值取表 2 率定结果;水量边界条件由 2002 年 10 月出入太湖的实测流量资料确定;水质边界条件由 2002 年 10 月排入太湖的主要污染源排放量确定;初始质量浓度条件由 2002 年 9 月各采样点质量浓度资料确定.

表 2 二维水质模型参数

Table 2 Parameters of 2-D water quality model

参数	总磷的底泥 释放系数 $S_{\text{TP}}$	总氮的底泥 释放系数 $S_{\text{TN}}$	总磷的 降解系数 $K_{\text{TP}}$	总氮的 降解系数 $K_{\text{TN}}$	磷的半饱和 常数 $K_{\text{P}}$	氮的半饱和 常数 $K_{\text{N}}$
率定方法	本文	本文	本文	本文	本文	本文
取值	0.581	5.495	0.03	0.034	0.025	0.34
参数	温度系数 $\theta_{1R}$	藻类的 呼吸率 $K_{1R}$	藻类最大 生长率 $u_{\text{max}}$	藻的最佳 生长温度 $\theta_{\text{opt}}$	藻生长的最佳光强 的半饱和和常数 $K_L$	藻类最大 死亡率 $K_{1D}$
率定方法	本文	文献[5]	文献[6]	文献[6]	文献[6]	本文
取值	1.068	0.4	1.27	30	300	0.17

各采样点  $\rho(\text{chl-a})$  实测值与计算值的对比结果如图 3 所示.从图 3 可以看出,计算值与实测值比较吻合.因此,所建模型能够描述太湖叶绿素 a 的时空分布特征.

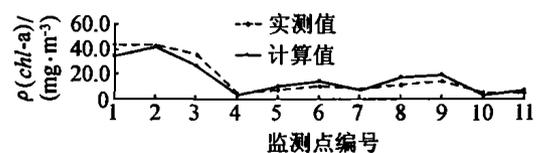


图 3 2002 年 10 月各测点

$\rho(\text{chl-a})$  计算值和实测值对比

Fig.3 Comparison of calculated and observed chl-a concentrations for Oct. 2002

### 3 模拟结果分析

由模拟流场(图 1)可知:在太湖西岸形成规模较大的顺时针环流,湖体中心及东北部分别形成规模相对小一点的逆时针环流;太湖西部的流速较大,东部及湖中心的流速较小.这与 1960 年 6~7 月由中国科学院南京地理研究所联合中国科学院武汉水生生物研究所等单位对太湖开展的调查结果一致<sup>[7]</sup>.

从图 4 可以看出,入湖河道附近污染物浓度较大,并由此向湖心递减,其中湖西部及梅梁湾水域浓度较高,形成明显的污染带.这与实际情况(太湖的入湖河道大部分集中在西部及梅梁湾内)相符.

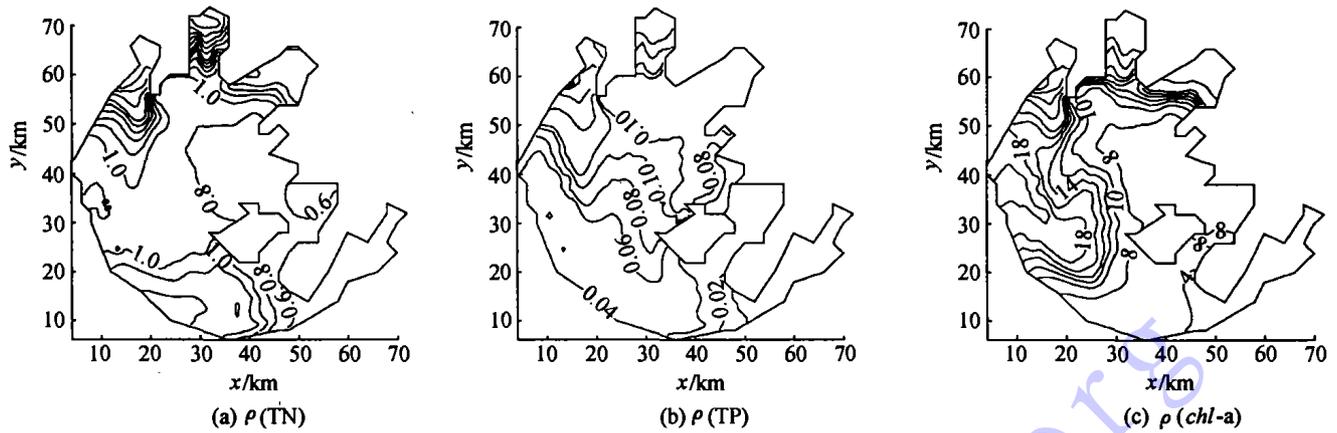


图4 3.5 m/s 东南风持续作用下稳定的浓度场分布

Fig.4 Stable distribution of concentrations in Taihu Lake under action of southeast wind of 3.5 m/s

## 4 结 论

- a. 由率定验证结果可以看出,黎曼近似解模型能够较好地描述太湖富营养化状态,进而可对太湖富营养化状态进行预测,为太湖水质管理及对沿湖各企业排污量的定量控制提供合理、有效的依据。
- b. 在典型风场偏南风 3.5 m/s 的持续作用下,太湖西岸形成了规模较大的顺时针环流,湖体中心及东北部分别形成了规模相对小一点的逆时针环流;太湖西部流速较大,东部及湖中心流速较小。
- c. 污染带分布由入湖河道附近向湖心递减,其中太湖西部及梅梁湾水域的浓度较高,污染带较明显。

### 参考文献:

- [1] SPEKEIJSE S P. Multigrid solution of steady Euler equations[M]. Amsterdam: CWI Yrace 46, 1988. 10—60.
- [2] 赵棣华. 平面二维水流-水质有限体积法及黎曼近似解模型[J]. 水科学进展, 2000, 11(4): 368—373.
- [3] 逢勇, 濮培民. 太湖风生流三维数值模拟试验[J]. 地理学报, 1996, 51(4): 328—332.
- [4] 胡维平, 濮培民, 秦伯强. 太湖水动力学三维数值试验研究[J]. 湖泊科学, 1998, 10(4): 26—33.
- [5] 逢勇, 姚琪. 太湖地区大气-水环境的综合数值研究[M]. 北京: 气象出版社, 1998. 48—70.
- [6] 吴旭光. 分裂特征线法及收敛稳定性分析[J]. 河海大学学报, 1992, 20(6): 71—79.
- [7] 中国科学院南京地理与湖泊研究所. 太湖综合调查[M]. 北京: 科学出版社, 1965. 1—84.

## Calculation of concentration distribution of algae in Taihu Lake with Riemann approximate solution model

HONG Xiao-yu, PANG Yong

(College of Environmental Science and Engineering, Hohai Univ., Nanjing 210098, China)

**Abstract:** According to the monitoring data from conventional monitoring points of the Taihu Lake, a 2-D model for algae growth in the lake was developed based on the Riemann approximate solution model. In this model, the finite volume method and Riemann approximate solution were adopted to solve the 2-D water flow and water quality equations grid by grid for each time series, and the simulated results of  $\rho(TN)$  and  $\rho(TP)$  were transmitted to the growth term of algae. In this way, the process of algae growth was simulated. The comparison of the simulated results with the monitoring data shows that the Riemann approximate solution model can effectively simulate the growth process of algae and thus, forecast the eutrophication of the Taihu Lake.

**Key words:** Taihu; Riemann approximate solution model; algae growth; field of concentration